ROLUL APLICAŢIILOR PRACTICE LA ORELE DE MATEMATICĂ
ABORDĂRI INTERDISCIPLINARE ŞI TRANSDISCIPLINARE

Prof. Miu Simona, Colegiul Economic "Gheorghe Chițu", Craiova

Din experiența personală ca fostă elevă și ca actual cadru didactic, aplicațiile practice ale matematicii sunt aproape absente în predarea acestei materii. Ca și elevă cu predilecție pentru matematică, m-am întrebat deseori cu ce scop au fost inventate atât de multe teoreme, legi, reguli, formule și unde sau cum le pot folosi. În postura de cadru didactic am primit aceleași întrebări de la elevi. În urma documentărilor m-am informat și am putut să le răspund la majoritatea întrebărilor. Mai mult, am hotărât să le arăt, în cadrul lecțiilor la care se pretează, aplicații practice ale unor enunțuri teoretice.

Aplicațiile practice contribuie la facilitarea, însușirea și reținerea unor concepte matematice.Azi se observă tot mai des tendinţa de organizare a conţinuturilor din perspectiva integrată. În acest sens, a fost elaborat planul cadru care este structurat pe şapte arii curriculare. Ariile curriculare reprezintă un grupaj de discipline care au în comun anumite obiective de formare. De asemenea, la nivelul unor programe pentru învăţământul preuniversitar se operează cu teme sau orientări tematice.

Integrarea conţinuturilor presupune stabilirea unor relaţii strânse, convergente între următoarele elemente: concepte, abilităţi, valori aparţinând disciplinelor şcolare distincte (De Landsheere, 1992). Principalele niveluri ale integrării cunoştinţelor sunt:

1. Integrarea **intradisciplinară** vizează organizarea şi predarea unor conţinuturi interdependente aparţinând aceluiaşi domeniu de studiu, în vederea rezolvării unei probleme, studierii unei teme sau dezvoltării unor abilităţi. Această modalitate de abordare a conţinuturilor oferă agenţilor educaţionali parcurgerea rapidă a unui volum de cunoştinţe însă dintr-o singură direcţie.

2. Integrarea **multidisciplinară** presupune juxtapunerea unor conţinuturi diverse, uneori fără relaţii aparente între ele. Această abordare propune predarea conţinuturilor care aparţin unei discipline şcolare prin modalităţi specifice ale fiecărui domeniu uzând de argumentaţiile altor discipline.

3. Integrarea **pluridisciplinară** (prefixul *pluri* înseamnă „mai mulţi", „mai multe") se referă la tratarea unui conţinut din perspectiva mai multor discipline. Cercetarea pluridisciplinară aduce un plus de informaţie disciplinei în cauză

4. Integrarea **transdisciplinară** (prefixul *trans* înseamnă „dincolo", „peste") presupune o întrepătrundere a mai multor discipline, care poate genera apariţia unor noi domenii de cunoaştere. Transdisciplinaritatea conduce la intensificarea relaţiilor dintre discipline şi la descoperirea unor noi orizonturi ale cunoaşterii.Cercetarea transdisciplinară este radical distinctă de cercetarea disciplinară, între acestea fiind o relaţie de complementaritate.

5. Integrarea **interdisciplinară** (prefixul *inter* înseamnă „între") reprezintă o formă de cooperare între discipline diferite privind un anumit proces, fenomen a cărui complexitate poate fi explicată, demonstrată, rezolvată numai prin acţiunea convergentă a mai multor puncte de vedere.

Interdisciplinaritatea presupune abordarea conţinuturilor complexe având ca scop formarea unei imagini unitare asupra unei anumite problematici. Ea vizează relaţiile, în special de metodologie care se stabilesc între discipline diferite, sau mai bine zis transferul metodelor dintr-o disciplină într-alta. De exemplu, cooperarea dintre medicină, fizică nucleară şi chimie a condus la apariţia unor tratamente aplicate persoanelor bolnave de cancer cum sunt radioterapia şi chimioterapia.

Un conţinut şcolar proiectat, elaborat şi utilizat în manieră interdisciplinară corespunde mult mai bine realităţii prezentate, conducând la o înţelegere cât mai bună şi unitară din partea elevilor.

Ca şi pluridisciplinaritatea, interdisciplinaritatea depăşeşte limitele disciplinei însă finalitatea sa rămâne înscrisă în cercetarea interdisciplinară.

Deşi nu de la început, matematica avea sa joace un rol important în gândirea ştiinţifică şi metafizica carteziana. " *Îmi plăcea mai ales matematica pentru certitudinea şi evidenta raţionamentelor ei, dar nu remarcasem încă adevărata lor întrebuinţare şi crezând ca nu serveau decât artelor mecanice mă miram ca pe aceste fundamente atât de ferme şi solide nu s-a construit nimic mai deosebit*. "- Descartes.

Să remarcam punerea în relaţie a matematicii cu mecanica. Descartes este primul care ,,interelaţionează" două discipline matematice considerate independente, autonome pana atunci: geometria şi algebra, "interdisciplinaritate" care va genera o noua disciplina matematica: geometria analitică.

Spinoza a făcut cea mai remarcabila încercare de a întemeia metafizic valorile, bazată până în cele mai mici detalii pe deducţia geometrică (modelul sau fiind, desigur, geometria euclidiană).

Leibniz- creaţia sa matematica originală în domeniul calculului infinitezimal, merită o cercetare amănunţită în privinţa semnalării posibilităţii existentei unor raporturi reciproce reale.

În ce priveşte fizica şi biologia, să remarcăm că la naşterea lui Leibniz (1646) microscoapele aveau o istorie de trei decenii în cercetarea microcosmosului. Leibniz face referiri exprese la legătura strânsa a unor pasaje din Monadologie şi rezultatele unor cercetători contemporani ai biologiei microscopice cum sunt medicul şi zoologul J. Swamerdam, anatomistul M. Malpighi, naturalistul Antony von LeeuwenhoeK.

Kant, în principala sa activitate de cercetare filosofică, a căutat "dezlegarea" unei întrebări care i se impunea ca fundamentală: "Cum este metafizica posibila ca ştiinţa ?".

Ştiinţele de referinţă fiind matematica (aritmetica şi geometria euclidiană) şi fizica (galileo-newtoniană). în vremea lui Kant, legătura strânsa dintre fizica şi matematica era deja consacrată din punct de vedere ştiinţific.

Un excelent exemplu pentru ceea ce reprezintă o confruntare interdisciplinară critică, este oferit de dezbaterea organizata la Centrul Royaumont pentru o ştiinţă a omului, în 1975, privind cele două poziţii majore exprimate de cercetările iniţiate de J. Piaget şi N. Chomski.

Vom menţiona doar domeniile de specializare ale participanţilor la dialog: *antropologie, biologie fizico-chimica, biologie-moleculara, comunicaţii celulare, etnologie, etologie, filosofie, genetica celulara, inteligenta artificiala, lingvistica, logica, matematica, medicina, neurobiologie, psihologie, psiho-lingvistica, sociologie, sociologie comparata, ştiinţe ale educaţiei.* Să remarcam că, majoritatea specialiştilor participanţi la dialog s-au retras după aceasta în interiorul graniţelor disciplinelor lor.

Promovarea *interdisciplinarităţii* constituie un element definitoriu al progresului cunoaşterii. În lucrarea „Programe de învăţământ şi educaţie permanentă" autorul L.D. Hainault aprecia că: „Se acordă mai multă importanţă omului care merge decât drumului pe care îl urmează."

Problema *interdisciplinarităţii* a preocupat filisofii şi pedagogii încă din cele mai vechi timpuri: sofiştii greci, Plinius, Comenius şi Leibnitz, iar la noi Spiru Haret, Iosif Gabrea, G. Găvănescu şi, dintre numeroşii pedagogici ai perioadei contemporane amintim pe G. Văideanu. În opinia acestuia, *intredisciplinaritatea* „implică un anumit grad de integrare între diferitele domenii ale cunoaşterii şi între diferite abordări, ca şi utilizarea unui limbaj comun permiţând schimburi de ordin conceptual şi metodologic".

Interdisciplinaritatea este o formă de cooperare între discipline ştiinţifice diferite, care se realizează în principal respectând logica ştiinţelor respective, adaptate particularităţilor legii didactice şi-l ajută pe elev în formarea unei imagini unitare a realităţii, îi dezvoltă o gândire integratoare.

Interdisciplinaritatea se impune ca o exigenţă a lumii contemporane supusă schimbărilor, acumulărilor cognitive în diferite domenii ale cunoaşterii.

În perioada contemporană reforma conţinuturilor învăţământului românesc a creat cadrul unor transformări la nivelul curriculumului, între care se distinge perspectiva interdisciplinară.

Interdisciplinaritatea se referă şi la transferul metodelor dintr-o disciplină într-alta, transfer cu grade diferite de implicare sau finalizare. Ea reprezintă o modalitate de organizare a conţinuturilor învăţării, cu implicaţii asupra întregii strategii de proiectare a curriculumului, care oferă o imagine unitară asupra fenomenelor şi proceselor studiate în cadrul diferitelor discipline de învăţământ şi care facilitează contextualizarea şi aplicarea cunoştinţelor dobândite.

În procesul de învăţământ se regăsesc demersuri interdisciplinare la nivelul corelaţiilor minimale obligatorii, sugerate chiar de planul de învăţământ sau de programele disciplinelor sau ariilor curriculare. În înfăptuirea unui învăţământ modern, formativ, considerăm predarea – învăţarea interdisciplinară o condiţie importantă. Corelarea cunoştinţelor de la diferitele obiecte de învăţământ contribuie substanţial la realizarea educaţiei elevilor, la formarea şi dezvoltarea flexibilităţii gândirii, a capacităţii lor de a aplica cunoştinţele în practică; corelarea cunoştinţelor fixează şi sistematizează mai bine cunoştinţele, o disciplină o ajută pe cealaltă să fie mai bine însuşită. Predarea – învăţarea prin corelarea obiectelor de studiu reprezintă noul în lecţii, care activează pe elevi, le stimulează creativitatea şi contribuie la unitatea procesului instructiv – educativ, la formarea unui om cu o cultură vastă.

Legătura dintre discipline se poate realiza la nivelul conţinuturilor, obiectivelor, dar se creează şi un mediu propice pentru ca fiecare elev sa se exprime liber, să-şi dea frâu liber sentimentelor, sa lucreze în echipă sau individual.

Interdisciplinaritatea este „o formă de cooperare între discipline diferite cu privire la o problematică, a cărei complexitate nu poate fi surprinsă decât printr-o convergenţă şi o combinare prudentă a mai multor puncte de vedere.” (Cucoş Constantin „Pedagogie”).

Interdisciplinaritatea implică stabilirea şi folosirea unor conexiuni între limbaje explicative sau operaţii, cu scopul diminuării diferenţelor care apar între disciplinele de învăţământ, clasice.

Predarea şi învăţarea unei discipline au dezavantajul că folosesc perceperea secvenţială şi insulară a realităţii unice făcând-o artificială. Din acest motiv este necesară realizarea unor conexiuni, între anumite discipline şcolare pentru o percepere unitară şi coerentă a fenomenologiei existenţiale.

În învăţământul preuniversitar, (conform lui Văideanu, 1988) se pot identifica trei direcţii ale interdisciplinarităţii :

1. La nivel de autori de planuri, programe, manuale şcolare, teste sau fişe de evaluare;
2. Puncte de intrare accesibile profesorilor în cadrul proceselor de predare – evaluare (în acest caz programele rămân neschimbate);
3. Prin intermediul activităţilor nonformale sau extraşcolare.

Intervenţia profesorului determină corelaţii obligatorii prevăzute de programele şcolare şi impuse de logica noilor cunoştinţe, fapt ce duce la interdisciplinaritate.

Se pot elabora, în echipă, proiecte de lecţii, planificări semestriale sau anuale comune a două sau mai multe discipline (biologie – chimie, biologie – fizică, matematică – fizică sau biologie – fizică – chimie etc.).

Interdisciplinaritatea se mai poate baza şi pe :

1. Cultura bogată, interdisciplinară a profesorului;
2. Pe echipe de profesori cu specialităţi diferite, care sa predea ,,în echipă”, (fie numai un grup de discipline, predate la aceeaşi clasă, fie aceleaşi discipline urmărite pe orizontală şi pe verticală).

La nivel de reflecţie şi de elaborare curriculară profesorii de discipline diferite trebuie sa realizeze planificări şi proiecte de activitate didactică în comun, în raport cu unele criterii şi principii pedagogice asumate de către toţi. Mai există dificultăţi în lipsa competenţelor de colaborare, de cooperare şi de lucru în echipă.

De exemplu, curriculum-ul de *Ştiinţe* oferă un punct de plecare în predarea integrată a disciplinelor din aria curriculară *Matematică şi ştiinţe ale naturii*. Acest curriculum a fost conceput crosscurricular, pornind de la domeniile *biologie, fizică, chimie* şi de la temele comune acestora (funcţionarea pârghiilor – funcţionarea sistemului locomotor, componentele organice şi anorganice ale organismelor, formarea imaginii la ochi – funcţionarea unui aparat de fotografiat etc.). Astfel obiectivele curriculum-ului de *Ştiinţe* vizează:

- Observarea şi interpretarea proceselor naturale care au loc în mediu.
- Înţelegerea impactului proceselor naturale asupra activităţilor umane şi al activităţilor umane asupra mediului.
- Investigare unor interdependenţe în şi între sisteme fizice, chimice şi biologice.
- Încurajarea elevilor pentru asumare de responsabilităţi şi pentru cooperare.

Competenţele ce se urmăresc a fi formate prin curriculum-ul de *Ştiinţe* se referă la comunicare, studiul individual, înţelegerea şi valorificarea informaţiilor tehnice, relaţionarea la mediul natural şi social. Predarea interdisciplinară pune accentul simultan pe aspectele multiple ale dezvoltării copilului: intelectuală, emoţională, socială, fizică şi estetică. Interdisciplinaritatea asigură formarea sistematică şi progresivă a unei culturi comunicative necesare elevului în învăţare, pentru interrelaţionarea cu semenii, pentru parcurgerea cu succes a treptelor următoare în învăţare, pentru învăţarea permanentă.

Voi prezenta câteva aplicaţii practice ale matematicii în fizică.

Aplicaţie în fizică a inegalităţii mediilor

Cert este că fizica, sau cel puţin o mare parte din ea, la nivelul liceului, poate fi prezentată într-un mod mai atractiv, alături de matematică. Este foarte important să ştim să punem cunoştinţele de fizică în strânsă legătură cu matematica, în viaţa de zi cu zi, să privim evoluţia acestora prin prisma aplicaţiilor lor şi a vieţii oamenilor.

Una dintre cele mai cunoscute inegalităţi în matematică este inegalitatea dintre media aritmetică şi media geometrica a două sau mai multe numere reale pozitive, şi anume

$m_g \le m_a$ (1)

Demonstraţia inegalităţii (1) pentru două numere *a, b*$\in R_+$ se face imediat pornind de la inegalitatea evidentă $(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 \ge 0$ de unde $a+b \ge 2\sqrt{ab}$,deci $\sqrt{ab} \le \frac{a+b}{2}$ (2)

Din (2) rezultă $\frac{2ab}{\sqrt{ab}} \le a+b \Rightarrow \frac{2ab}{a+b} \le \sqrt{ab} \Rightarrow \frac{2}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}} \le \sqrt{ab}$, ceea ce înseamnă că

$m_h \le m_g$ (3)

Din (1) şi (3) $\Rightarrow$ $m_h \le m_g \le m_a$

Aplicaţie în fizică: Două mobile parcurg acelaşi drum, primul cu viteză constantă *v*, cel de-al doilea parcurgând *2* porţiuni egale cu vitezele v_1, v_2, a căror medie aritmetică este *v*. Care mobil parcurge drumul mai repede?

Soluţie:Notăm distanţa cu D=2·d, iar timpii de parcurgere cu t_1 (pentru primul mobil) şi t_2 (pentru al doilea mobil),

$$t_1 = \frac{D}{v} = \frac{2 \cdot d}{\frac{v_1 + v_2}{2}} = d \cdot \frac{4}{v_1 + v_2} \quad , \quad t_2 = \frac{d}{v_1} + \frac{d}{v_2} = d \cdot \left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} \right)$$

Aplicăm inegalitatea dintre m_a şi m_h pentru v1 şi v2.

$$\frac{2}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}} \leq \frac{v_1 + v_2}{2}$$

$$\frac{4}{v_1 + v_2} \leq \frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} \Rightarrow d \cdot \frac{4}{v_1 + v_2} \leq d \cdot \left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} \right) \Rightarrow t_1 \leq t_2$$

În concluzie, mobilul care merge cu viteză constantă ajunge la destinaţie în cel mai scurt timp.

Observaţie:

1.Pentru gimnaziu, dacă nivelul clasei permite, problema poate fi abordată pentru 3 porţiuni egale parcurse cu vitezele v_1, v_2, v_3 având media aritmetică egală cu v.

2.Pentru liceu, problema poate fi abordată în cazul general, pentru n porţiuni egale parcurse cu vitezele $v_1, v_2, ..., v_n$ având media aritmetică egală cu v .

Voi prezenta în continuare două probleme mai interesante, de circulaţie.

Problema 1. Un conducător auto circulând pe o şosea rectilinie şi orizontală, oprit de un agent de circulaţie pentru că nu ar fi respectat viteza legală în localităţi, v=50km/h, susţine că ar fi circulat regulamentar. În automobil, agentul de circulaţie a găsit un vas în formă de cilindru circular drept , fixat rigid prin baza sa, de podeaua automobilului şi care avea diametrul bazei d=40 cm, înălţimea h=50 cm şi avea apă până la jumătate. Punctul cel mai înalt al peretelui interior udat al vasului era h_1=22 cm deasupra apei. După începerea frânării automobilul a mai parcurs s=15 m până la oprire, ceea ce s-a putut constata prin urmele lăsate de cauciucuri pe şosea. Cine a avut dreptate: şoferul sau agentul de circulaţie?

Soluţie: Pentru stabilirea adevărului, trebuie sa constatăm că în timpul frânării intervine forţa de inerţie F_i , iar suprafaţa apei (oglinda acesteia) din vas ia forma A_1B_1 (vezi figura) astfel că punctul cel mai înalt B_1 al peretelui interior udat al vasului este definit prin cota $BB_1=h_1$, deasupra apei. Pentru a lua drept bună indicaţia dată de nivelul atins de apă în timpul frânării este necesar ca $h_1+h \leq h \Rightarrow h_1 \leq \frac{h}{2}$, deoarece în caz contrar apa curge din vas, chiar dacă vasul are o poziţie fixă. Se observă că această condiţie este îndeplinită de datele numerice de pe "teren"

h_1 = 22 cm < $\frac{h}{2}$ = 25 cm. Este de asemenea de presupus că nu s-a intervenit asupra vasului de nici o persoană din cele aflate în discuţie sau eventual de alte persoane ce s-ar fi aflat în maşină.

O particulă de apă, de masa m, aflându-se în echilibru dinamic pe suprafaţa A_1B_1, rezultanta $\vec{F} = \vec{G} + \vec{F}_i$ = m($\vec{g} + \vec{a}$) este perpendiculară pe suprafaţa A_1B_1. Rezultă că

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{F_i}{G} \Rightarrow a = g^* \mathrm{tg}\,\alpha \quad (1)$$

Conform formulei lui Galilei, viteza cu care circula automobilistul în momentul în care a început frânarea era: $v = \sqrt{2as}$ (2) .

Înlocuind (1) în (2) şi ţinând seama că, potrivit figurii, $\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{BB_1}{OB} = \frac{h_1}{\frac{d}{2}} = \frac{2h_1}{d}$ avem

$v = 2\sqrt{\frac{g h_1 s}{d}}$. Numeric, rezultă că $v \cong 18$m/s =64, 8 km/h > v = 50 km/h, deci agentul de circulaţie a avut dreptate.

Problema 2 Se povesteşte următoarea anecdotă despre fizicianul american _Robert William Wood (1868-1955).

Într-o zi a trecut cu autoturismul său la o intersecţie de străzi când semaforul arăta culoarea roşie. Când poliţistul a vrut să-l amendeze, fizicianul ar fi spus că viteza autoturismului era aşa de mare încât culoarea semaforului roşu s-a transformat în verde. Ştiind că lungimea de undă a luminii roşii este λ_r =687 nm, iar a luminii verzi este λ_v =527 nm , ne punem firesc întrebarea: care ar fi trebuit sa fi fost viteza autoturismului condus de R.W.Wood, astfel încât afirmaţia acestuia sa fi fost adevărată?

Soluţie: Pentru a da răspuns la această întrebare, ne amintim că în conformitate cu efectul Doppler, dacă observatorul se mişcă faţă de sursa de lumină cu viteza V, iar viteza undei (a luminii) în mediul respectiv este *c*, atunci în cazul apropierii observatorului, frecvenţa percepută de acesta va fi : (1) $f' = f_0(1+\frac{v}{c})$, în care f_0 reprezintă frecvenţa undei percepute de un observator în repaus. Dar $f' = \frac{c}{\lambda_v}$, iar $f_0 = \frac{c}{\lambda_r}$ (2) .

Înlocuind (2) în (1) şi explicitând viteza V(în cazul nostru V reprezintă viteza autoturismului condus de R.W.Wood) avem V= $c(\frac{\lambda_r}{\lambda_v}-1)$. Înlocuind numeric, obţinem

V= $3*10^8(\frac{687}{527}-1) = 3*10^8*0,3036$ m/s sau V $\cong$ 91000 km/s.

Concluzia ce se desprinde este că într-adevăr savantul putea fi amendat pentru... această viteză nepermis de mare!

Voi mai da un exemplu de interdisciplinaritate.

Ce este un miliard ?

În secolul al XV – lea, limita extremă a calculelor posibile era milionul, care a rămas multă vreme o „expresie nebuloasă”. Trei sute de ani mai târziu, astronomii familiarizaţi cu imensitatea cerului aspirau la un număr şi mai mare – miliardul, cu care sa poată cataloga stelele şi aştrii.

Un miliard (10^9) este un număr foarte mare dacă el exprimă, de exemplu; un stoc de mere. În acelaşi timp, însă, reprezintă un număr destul de mic dacă este vorba de un număr de atomi. Pentru a ne da mai bine seama ce înseamnă 1 000 000 000 iată câteva curiozităţi care-l au drept … erou:

- Numărul fibrelor nervoase ale creierului uman este de ordinul a 3 miliarde;
- Un om care ar trăi o suta de ani nu ar ajunge sa numere decât până la 1000000000, fără a mai avea altă ocupaţie;
- În 55 de ani, un om respiră de un număr de ori egal cu ½ dintr-un miliard;
- În vârstă de 33 de ani, orice fiinţă a trăit doar un miliard de secunde.

Concursul de matematică Haimovici este un concurs care prezintă adesea spre rezolvare problem practice.Prezint mai jos câteva din problemele pe care le-am găsit propuse în concurs.

Probleme cu aplicatii practice

1. Dorim să construim un gard din vergele metalice având lungimile în progresie geometrică crescătoare și care să îndeplinească condițiile:

a) Ultima vergea să fie de 2 ori mai lungă decât prima.

b) Să existe doua vergele astfel încât una să aibă lungimea egală cu $\frac{3}{2}$ din lungimea primei vergele, iar cealaltă să aibă lungimea egală cu $\frac{4}{3}$ din lungimea primei vergele. Precizați dacă este posibilă construcția. Justificați răspunsul !

Concursul “Adolf Haimovici”

Profil economic, 16-18 mai 2008,

Etapa națională, Iași

Soluție: Fie a- lungimea primei vergele și $q > 1$ rația progresiei : Presupunem că există $(n+1)$ vergele ,$n \geq 3$.Fie $k, m = \overline{2,n}$, astfel încât $\begin{cases} a \cdot q^k = \frac{4}{3} \cdot a \\ a \cdot q^m = \frac{3}{2} \cdot a \end{cases}$

$a \cdot q^n = 2a \Longrightarrow q^n = 2 \Longrightarrow q^{nm} = \left(\frac{3}{2}\right)^n \Longrightarrow 2^{n+m} = 3^n\ fals$ $\Longrightarrow$Nu există această posibilitate.

2. Se consideră ΔABC cu aria Sși punctele A_1, B_1, C_1mijloacelelaturilorBC, AC respectiv AB. Dacă A_2, B_2, C_2 sunt mijloacele laturilor B_1C_1, A_1C_1, respectiv B_1A_1 și repetăm procedeul astfel încât A_n, B_n, C_n sunt mijloacele laturilor $B_{n-1}C_{n-1}, A_{n-1}C_{n-1}$, respective $B_{n-1}A_{n-1}$, iar $S_n, n \geq 1$ este aria $\Delta A_nB_nC_n$, se cere:

a) Exprimați S_2 în funcție de S.

b) Arătați că $S_1, S_2, \cdots, S_n$ formează o progresie geometrică.

c) Arătați că $S_1 + S_2 + \cdots + S_n < \frac{S}{3}$

Concursul “Adolf Haimovici”

Profiltehnic, 16-18 mai 2008,

Etapa națională, Iași

Soluție:a) $S_1 = \frac{S}{4} \Longrightarrow S_2 = \frac{S}{4^2}$b) $S_n = \frac{S}{4^n}$; Se justifică $S_1, S_2 \dots S_n$ progresie geometrică cu rația $\frac{1}{4}$; c) Calculează $\frac{S}{4} + \frac{S}{4^2} + \cdots + \frac{S}{4^n} = S\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4^2} + \cdots + \frac{1}{4^n}\right) = S\frac{1}{4} \cdot \frac{\left(\frac{1}{4}\right)^n - 1}{\frac{1}{4} - 1} < \frac{S}{3}$

3. Cel mai mic dintre unghiurile unui poligon convex măsoară132°. Aflați numărul laturilor poligonului, știind că măsurile unghiurilor sale sunt numere în progresie aritmetică de rație 2. (Se știe că suma măsurilor unghiurilor unui poligon convex cu n laturi, $n \geq 3$, este $(n-2) \cdot 180^{\circ}$).

Concursul “Adolf Haimovici”

Profil tehnic, 22-24 mai 2009,

Etapa națională

Soluție:

$a_1 = 132^\circ, a_k = a_1 + (k-1)\cdot r = 132^\circ + (k-1)\cdot 2^\circ \Longrightarrow a_1 + a_2 + \cdots + a_n = \frac{[132^\circ + 132^\circ + (n-1)\cdot 2^\circ]\cdot n}{2} = (n-2)\cdot 180^\circ \Longrightarrow n^2 \cdot 1^\circ - 49^\circ n + 360^\circ = 0^\circ \Longrightarrow n = 40$

. și $n = 9$.

4. Fie $A_n = a_1 \cdot a_2 \cdot \cdots \cdot a_n,\ n \in \mathbb{N}^*$, unde:

$a_1 = 1 + 2 + \cdots + 6;\ \ a_2 = 2 + 3 + \cdots + 7;\ \ a_3 = 3 + 4 + \cdots + 8 ;\ \cdots\cdots$

a) Determinați a_n.

b) Arătați că A_{10} nu este un pătrat perfect.

c) Determinați n minim pentru care a_n este pătrat perfect.

Concursul “Adolf HaimoviciProfil servicii,

22-24 mai 2009, Etapa națională

Soluție:. a) $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ este o proporție aritmetică de rație $r = 6$ și deducem $a_n = 6n + 15$. b) $A_{10} = 21 \cdot 27 \cdot 33 \cdot 39 \cdot 45 \cdot 51 \cdot 57 \cdot 63 \cdot 69 \cdot 75$ În acest produs, factorii primi $11, 13, 17, 19$ sau 23 apar o singură dată $\Longrightarrow A_{10}$ nu poate fi pătrat perfect. c) De la punctul b) se observă că $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{10}$nu sunt pătrate perfecte. Calculând $a_{11} = 81 = 9^2 \Longrightarrow n_{min} = 11;$

5. Nicu are plantați în livadăn pruni, numerotați distinct cu numerele $1, 2, 3, \cdots, n$. Într-o zi, Nicu se apucă de cules prune respectând următoarea regulă: din prunul cu numărul 1 culege două prune, din prunul cu numărul 2, culege cinci prune, din prunul cu numărul 3, opt prune, și așa mai departe, culegând cu trei prune mai mult decât din prunul precedent.

a) Ce număr de prune a cules din prunul cu numărul zece?

b) Căți pruni ar trebuii sa aibă plantați Nicu pentru a fi sigur că, respectând regula indicată, la sfârșitul zilei are culese cel puțin 2010 prune?

Concursul “Adolf Haimovici”

Profil tehnic, 22 mai 2010,Etapa finală

Soluție: a)Notăm numărul de prune culese din pomul cu numărul n cu x_n şi observând că $(x_n)_{n\geq 1}$ este o progresie aritmetică cu x_1=2 şi raţia r=3,deducem imediat că x_n=3n-1⇒x_{10}=29.b)S_n=$\frac{(2+3n-1)\cdot n}{2} = \frac{(3n+1)\cdot n}{2} \geq 2010 \Rightarrow n(3n+1) \geq 4020$. Încercări imediate conduc la:36· $(3 \cdot 36 + 1) = 36 \cdot 109 = 3924 < 4020$ şi

$37 \cdot (3 \cdot 37 + 1) = 37 \cdot 112 = 4144 > 4020$ și astfel deducem $n \geq 37$,adică Nicu ar trebui să aibă cel puţin 37 de pruni.

6. O sală de spectacole are locurile dispuse pe rânduri și pe fiecare rând, începând cu al doilea, se află cu câte două locuri mai multe decât pe rândul precedent. Știind că pe primul rând sunt 38 de locuri, și în total sala are 2010 locuri, aflați pe câte rânduri sunt dispuse locurile în acea sală.

Concursul "Adolf Haimovici"

Profil servicii, 12 martie 2011

Soluție: a_1=38,a_2=40,a_3=42⇒a_1,a_2,a_3 sunt in progresie aritmetică cu a_1=38 şi raţia r=2;Fie $n \in \mathbb{N}$ numărul rândurilor sălii şi conform enunţului $a_1+a_2+a_3+\ldots+a_n=2010 \Rightarrow \frac{n(a_1+a_n)}{2}=2010$ cu $a_1=38$ şi $a_n=a_1+(n-1)\cdot r=2n+36 \Rightarrow n^2+37n-2010=0 \Rightarrow n=30$,deci sala are 30 de rânduri.

Sperând că prezentarea acestui referat v-a plăcut, sper sa aplicaţi o atitudine corectă faţă de aplicarea interdisciplinară şi practică a matematicii.

Bibliografie:

1.Cerchez Mihu, Thedor Dăneţ,*Probleme pentru aplicarea matematicii în practică,* Editura Didactică şi Pedagogică-Bucureşti,1985

2.Popescu Maria,Petrică Aurelia, Popescu Mihai,Popescu Mihaela,Matei Monica, *Aplicaţiile matematicii în practică*,Editura Minerva,Bucureşti,2000.

3.Victor Geangalău,Dan Brânzei, *Matematici şcolare cu aplicaţii interdisciplinare*,Editura Paralela 45.

4.Gheorghe Călugăriţa,N.Dincă, *Lucrări practice la matematică*-clasele V-VIII, Editura de stat Didactică şi Pedagogică-Bucureşti,1959

5.Armand Martinov, *Frumuseţe matematică,* Editura Sigma,2001

6.Concursul A.Haimovici